

12 ELEKTROMAGNETIZ **AM**

- *Magnetske veličine*
- *Magnetski krug*
- *Djelovanje magnetskog polja*
- *Elektromagnetska indukcija*
- *Realna zavojnica*
- *Transformator*

Magneti su objekti oko kojih se primjećuju magnetska djelovanja. Primjerice, na feromagnetske čestice u okolišu magneta djeluju *sile*, različitog smjera i jakosti u različitim točkama. Postojanje sila opravdava uvođenje pojma *magnetsko polje* za posebno stanje okoliša magneta u kojem se sile očituju. Eksperimenti pokazuju da sila djeluje uvijek u tangenti na zamišljenu liniju – *silnicu*. Područja magneta s najjačim magnetskim djelovanjem su *polovi*. Najjednostavniji štapni magnet ima dva pola s povijesno uvedenim nazivima *sjeverni* i *južni* pol.

12.1. Magnetske veličine

Magnetske silnice zatvorene su linije koje izlaze iz sjevernog pola magneta (N) i završavaju na južnom (S), a kroz tijelo magneta nastavljaju se od južnog do sjevernog pola. Skup svih silnica čini *magnetski tok* ϕ s jedinicom Wb (čitaj: veber). Magnetski efekti ovise o *gustoći toka* ili *magnetskoj indukciji* B s jedinicom T (tesla) koja je s tokom povezana preko

$$\phi = \iint_A \vec{B} d\vec{A} \quad (12.1)$$

Magnetsko polje je *homogeno* kad je broj paralelnih magnetskih silnica po jedinici površine A okomite na smjer magnetskog toka stalan, te vrijedi $\phi = BA$.

Sposobnost koncentriranja magnetskog toka ovisi o svojstvu tvari s nazivom *permeabilnost* i označuje se s μ . Svaki materijal koji se lako magnetizira ima veliku permeabilnost i naziva se *feromagnetski*.

Električna struja I stvara u blizini vodiča kojim teče magnetsko polje. Ovisnost *jakosti magnetskog polja* H i struja koje ga stvaraju daje *Amperov zakon* ili *zakon protjecanja*:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I \quad (12.2)$$

gdje je \vec{H} vektor jakosti magnetskog polja, a l zatvorena linija koja ulančuje algebarski zbroj struja I . Gustoća toka ovisi o jakosti polja i magnetskim svojstvima materijala:

$$B = \mu H [T] \quad (12.3)$$

Permeabilnost materijala μ može se izraziti umnoškom *relativne permeabilnosti* μ_r i *permeabilnosti vakuuma* μ_0 , te vrijedi

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (12.4)$$

gdje je permeabilnost vakuuma:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right] \quad (12.5)$$

Vrijednosti relativne permeabilnosti μ_r za uobičajene feromagnetske materijale kreću se između 10^2 i $2 \cdot 10^5$, a za neferomagnetske približno je

jednaka jedinici (za diamagnetske materijale $\mu_r < 1$, za paramagnetske materijale $\mu_r > 1$).

Veći iznosi jakosti magnetskog polja i indukcije postižu se kad se vodiči namotaju na nekoj jezgri u *zavojnici*. Najjednostavnije je promatrati zavojnicu *prstenastog oblika* s N zavoja čijim vodičima teče struja I i unutar zavojnice stvara približno homogeno polje H . Primjena zakona protjecanja (12.2) na srednjoj dužini prstenaste jezgre l koju struja ulančuje N puta daje:

$$H = \frac{I \cdot N}{l} \quad (12.6)$$

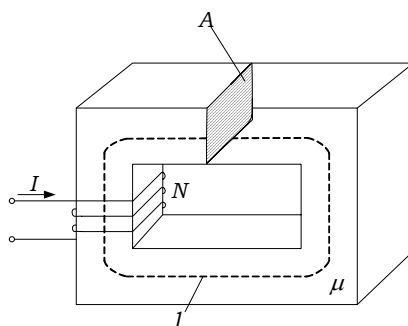
Umnožak $I \cdot N$ naziva se *magnetska uzbuda* jer pobuđuje magnetsko polje. Ista magnetska uzbuda u feromagnetskoj jezgri stvara μ_r puta veću gustoću toka nego u slučaju kad je jezgra vakuum ili zrak.

Približno homogeno polje postiže se i izvedbom zatvorene feromagnetske jezgre u obliku okvira, dok se kod štapnih elektromagneta takvo polje postiže samo u feromagnetskoj jezgri. Permeabilnost feromagnetskih materijala nije konstantna, već ovisi o prethodnom magnetiziranju materijala, iznosu polja H i temperaturi.

Ovisnost jakosti polja H i magnetske indukcije B prethodno nemagnetiziranog materijala naziva se *krivulja magnetiziranja*. Pri izmjeničnom magnetiziranju BH parovi opisuju *petlju histereze*. *Remanencija* B_r je zaostala indukcija pri uzbudi vrijednosti nula. Vrijednost uzbude magnetskog polja H_c suprotnog predznaka potrebne za poništenje remanencije naziva se *koercitivnost* ili *koercitivna sila*. Magnetski *meki* materijali imaju malu koercitivnost i služe za izradu magnetskih krugova, a magnetski *tvrdi* veliku koercitivnost i veliku remanenciju te služe za izradu trajnih magneta.

12.2. Magnetski krug

Moguće je, po analogiji s električnim krugom, govoriti o *magnetskom krugu*. Tok dobiven magnetskom uzbudom vodi se željenim putem tako da se barem njegov veći dio izvodi od feromagnetskog materijala. Namjera da se sav tok provede kroz feromagnetski krug u realnosti se ne ostvaruje potpuno jer permeabilnost jezgre nije beskonačna, te mali dio toka ipak prolazi i kroz neferomagnetski okoliš i naziva se *rasipni tok*. Rasipanje magnetskih silnica u prostor oko magnetskog kruga u prvom se pristupu zanemaruje.



Slika 12-1 Magnetski krug s uzбудnim namotom

U jednostavnom magnetskom krugu prema slici 12.1 (srednje dužine silnica l , izrađenom od materijala s permeabilitetom μ i presjeka A na koji je namotano N zavoja kojima teče struja I) magnetski tok ϕ iznosi:

$$\phi = B A = \mu H A = \mu \frac{N I}{l} A = \frac{N I}{\frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{A}} = \frac{MMS}{R_m} \quad (12.7)$$

gdje je R_m tzv. *magnetski otpor* ili *reluktancija*, a *MMS* je *magnetomotorna sila* ili *magnetska uzbuda*. Dobiveni izraz sličan je izrazu za Ohmov zakon pa se stoga naziva *Ohmov zakon za magnetske krugove*. Tok ϕ odgovara električnoj struji I , magnetomotorna sila *MMS* elektromotornoj sili *EMS*, a permeabilnost μ specifičnoj vodljivosti metalnog vodiča γ .

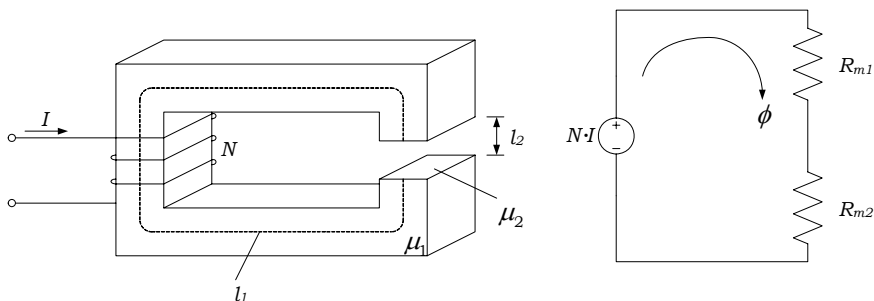
Ako se u jednostavni magnetski krug doda zračni raspored prema slici 12.2 a), nakon primjene zakona protjecanja izlazi:

$$N I = \sum H l = H_1 l_1 + H_2 l_2 = \frac{\phi l_1}{A_1 \mu_1} + \frac{\phi l_2}{A_2 \mu_2} \quad (12.8)$$

iz čega je

$$\phi = \frac{N I}{\frac{1}{\mu_1} \cdot \frac{l_1}{A_1} + \frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{l_2}{A_2}} = \frac{MMS}{R_{m1} + R_{m2}} \quad (12.9)$$

Izraz (12.8) sličan je drugom Kirchhoffovom zakonu u električnim krugovima.



Slika 12-2 Magnetski krug s rasporom
a) struktura b) ekvivalentna električna shema

Odgovarajuću ekvivalentnu električnu shemu za takav magnetski krug prikazuje slika 12.2 b).

Općenito, za magnetski krug sa i odsječaka kroz koje prolazi isti tok, vrijedi:

$$\phi = \frac{N I}{\sum_i \frac{1}{\mu_i} \cdot \frac{l_i}{A_i}} \quad (12.10)$$

U slučaju paralelnih grana magnetskog kruga recipročna vrijednost ukupnog magnetskog otpora bila bi jednaka zbroju recipročnih vrijednosti magnetskih otpora pojedinih grana.

12.3. Djelovanje magnetskog polja

Kao i vodič protjecan strujom, tako i pojedini gibljivi naboj stvara u svom okolišu magnetsko polje. Kako dva magnetska polja bez obzira kojeg su porijekla (permanentnog magneta, elektromagneta ili polje vodiča kojim teče struja) uzajamno djeluju silom, znači da i na gibljivi naboj u magnetskom polju djeluje sila.

12.3.1. Sila na naboj

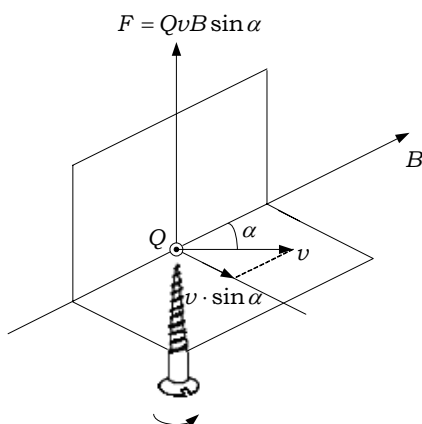
Na naboj Q giban u magnetskom polju indukcije B brzinom v djeluje sila:

$$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (12.11)$$

iznosa

$$F = QvB \sin \alpha \quad (12.12)$$

gdje je α kut između vektora \vec{v} i \vec{B} prema slici 12.3.



Slika 12-3 Sila na naboj koji se giba u magnetskom polju

Smjer sile na negativan naboj suprotan je smjeru sile na pozitivan naboj. U praksi se sila na naboj koristi u katodnim cijevima raznih namjena, akceleratorima nabijenih čestica i sl.

12.3.2. Sila na vodič kojim teče struja

Magnetska sila na vodič kojim teče električna struja posljedica je sile na naboj koji se kreće u magnetskom polju i na duljini dl vodiča iznosi:

$$d\vec{F} = I(\vec{dl} \times \vec{B}) \quad (12.13)$$

Kad su vodič i indukcija okomiti sila je jednaka

$$F = BIl \quad (12.14)$$

i okomita na ravninu koju čine vodič i indukcija. Kako svaki vodič oko sebe stvara magnetsko polje, dva paralelna vodiča djeluju međusobno silom

$$F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d} \quad (12.15)$$

privlačnom, ako su protjecani strujama istog smjera, a odbojnom pri strujama suprotnih smjerova.

Postojanje sile na vodič protjecan strujom u magnetskom polju temelj je pretvorbe električne u mehaničku energiju. Objekti u kojima se ta pretvorba izvodi na ekonomičan način jesu električni motori.

12.4. Elektromagnetska indukcija

12.4.1. Faraday-ev zakon indukcije

Zbog sile na naboj u magnetskom polju, pri gibanju ravnog vodiča dužine l brzinom v u polju indukcije B , dolazi do pomicanja naboja, pozitivnih i

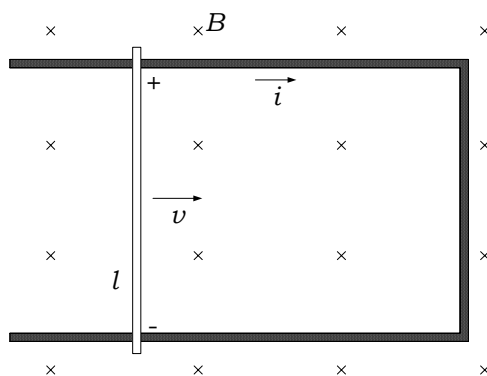
negativnih na suprotne strane vodiča. Između induciranih razmaknutih naboja nastaje električno polje i ostvaruje se razlika potencijala:

$$e = \vec{l} (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (12.16)$$

Pojava se naziva elektromagnetska indukcija.

Ako se kretanje vodiča ostvari na vodljivom okviru prema slici 12.4, inducirani napon ostvarit će struju u okviru. Može se pokazati da je inducirani napon razmjernan vremenskoj promjeni toka ϕ obuhvaćenog okvirom (Faraday-ev zakon indukcije):

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (12.17)$$



Slika 12–4 Gibanje vodiča po vodljivom okviru u magnetskom polju

Faraday-ev zakon indukcije obuhvaća različite mogućnosti. Tok se vremenski mijenja i u vodiču se inducira napon pri pomicanju ili polja ili zavoja. Taj se princip koristi pri pretvaranju mehaničke u električnu energiju u generatorima. Vodič i polje mogu i mirovati; napon se inducira ako je vodič (zavoj) izložen promjenama iznosa toka, što se primjerice koristi pri transformiranju električne energije.

Smjer inducirane struje lako se određuje primjenom *Lenzovog* pravila: inducirane veličine izazivaju djelovanje koje se uvijek suprotstavlja ili opire uzroku induciranja. Primjerice, ako je inducirana struja potekla jer se vodič na slici 4 u stalnom polju po okviru gibao desno smanjujući obuhvaćeni tok, magnetski tok nastao protjecanjem struje u zavoju imat će smjer \otimes i nastojat će pojačati postojeći tok, dakle djeluje suprotno. Pri gibanju vodiča ulijevo, površina se povećava, povećava se i obuhvaćeni magnetski tok, a inducirana struja suprotnog smjera generira sada tok suprotnog smjera koji nastoji smanjiti iznos obuhvaćenog toka, što je suprotno uzroku.

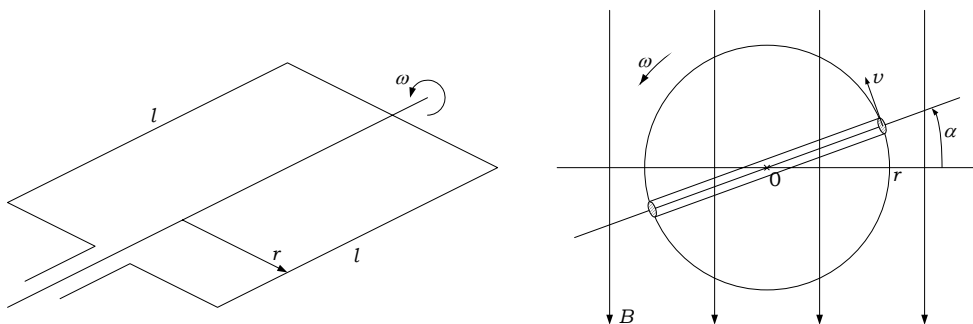
Lenzovo pravilo može se protegnuti i na mehaničke posljedice induciranja. Primjerice, pri gibanju vodiča na istoj slici udesno potrebno je svladavati

silu na vodič suprotnog smjera od one koja uzrokuje gibanje i time induciranje.

12.4.2. Induciranje harmoničkog napona

Mijenja li se tok u zavojnici, *Faradayev zakon* primijenjen na N zavoja žice daje inducirani napon uvećan N puta, jer su inducirani naponi u pojedinim zavojima serijski povezani:

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (12.18)$$



Slika 12-5 Induciranje harmoničkog napona

Kad se N pravokutnih zavoja okreće konstantnom *kutnom brzinom*

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (12.19)$$

u homogenom magnetskom polju, ulančeni magnetski tok kroz zavoje mijenja se prema:

$$\phi = B A \cos \alpha = B A \cos \omega t \quad (12.20)$$

gdje je A površina okvira, a α kut između smjera polja i okomice na ravninu okvira prema slici 12.5. Prema *Faradayevom zakonu* inducira se harmonički napon:

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} = N B A \omega \sin \omega t = E_m \sin \omega t \quad (12.21)$$

gdje je E_m *amplituda*.

Do istog se rezultata može doći i promatra li se dio zavoja duljine l u homogenom polju. Kad zavoj rotira, vodič na radiusu r giba se brzinom $v = \omega r$ i prema izrazu (12.16) i slici 5 b) u njemu se inducira napon

$$e_1 = v B l \sin \alpha = \omega r B l \sin \omega t \quad (12.22)$$

U dijagonalnom vodiču inducira se istovjetan napon i pribraja jer u istom zavoju ima isti smjer djelovanja. U zavojnici s N zavoja inducirani je napon

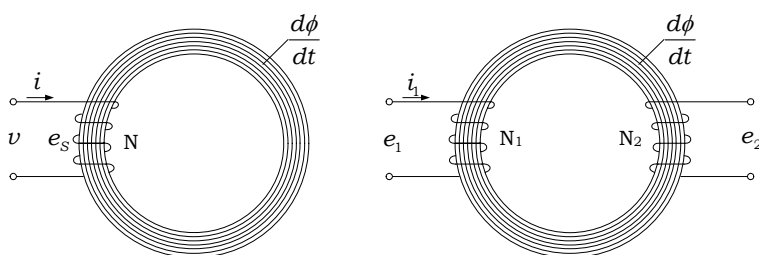
$$e = N \cdot 2e_1 = NA B \omega \sin \omega t \quad (12.23)$$

što je identično rezultatu u (12.21).

Opisani postupak najjednostavniji je način generiranja izmjeničnog harmoničkog napona mehaničkim putem. Takav napon naponskog izvora u zatvorenom strujnom krugu dao bi harmoničku struju.

12.4.3. Samoindukcija

U zavojnici kojom teče izmjenična struja postoji promjenljivi tok. Svaki promjenljivi tok inducira napon. Pojava inducirana napona proizvedenog od promjena vlastitog toka naziva se *samoindukcija*.



Slika 12-6 Prstenasta zavojnica
a) s jednim namotom b) s dva namota

U idealnoj zavojnici (nema rasipanja toka, omski otpor jednak nuli) s N zavoja smještenoj na prstenastu jezgru prema slici 12.6 a) promjenljiva struja i stvara promjenljivi tok Φ . Izrazi li se u Faradayevom zakonu vremenska promjena toka pomoću vremenskih promjena struje, inducirani je napon

$$e_s = -\frac{\mu N^2 A}{l} \frac{di}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (12.24)$$

Koeficijent L određen je izvedbom magnetskog kruga i zavojnice i naziva se *koeficijent samoindukcije* ili *induktivitet* zavojnice, a jedinica mu je henri (H). Induktivitet je jedino svojstvo idealne zavojnice mjerodavno za ponašanje zavojnice u strujnom krugu. Prema II. Kirchhoffovom zakonu za idealnu zavojnicu vrijedi: $e_s + e = 0$. Dok struja i teče kroz zavojnicu induktiviteta L , ona sadrži *magnetsku energiju*

$$W = \frac{1}{2} L i^2. \quad (12.25)$$

12.4.4. Međuindukcija

Ako se na istu jezgru uz postojeću *primarnu* s N_1 zavoja namota *sekundarna* zavojnica s N_2 zavoja prema slici 12.6 b), promjenljiva struja i_1 prolazeći primarnom zavojnicom stvara u jezgri promjenljiv magnetski tok

ϕ_1 , koji zbog samoindukcije inducira napon $e_1 = -N_1 \frac{d\phi_1}{dt}$. Isti tok inducira u sekundarnoj zavojnici napon $e_2 = -N_2 \frac{d\phi_1}{dt}$. Izrazi li se vremenska promjena toka pomoću vremenskih promjena struje, dobiva se:

$$e_2 = -\frac{\mu N_1 N_2 A}{l} \frac{di_1}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} \quad (12.26)$$

Koeficijent M naziva se *međuintuktivitet* i ima jedinicu henri (H) kao i induktivitet. Može se pokazati da vrijedi:

$$M = \frac{N_1 \cdot N_2}{R_m} = \frac{\sqrt{L_1 R_m} \cdot \sqrt{L_2 R_m}}{R_m} = \sqrt{L_1 L_2} \quad (12.27)$$

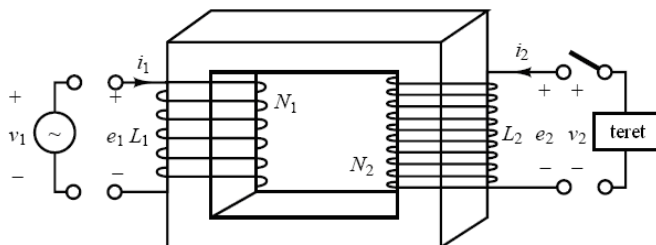
Kad postoji rasipanje, u proračun međuintuktiviteta treba uzeti i dodatni faktor k magnetskog vezanja ($k < 1$), pa vrijedi:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \quad (12.28)$$

Između napona primara i induciranog napona u sekundaru postoji veza:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} = k_{12} \quad (12.29)$$

Omjer broja zavoja primara i sekundara k_{12} naziva se *prijenosni odnos*. Sekundarni napon može se mijenjati promjenom prijenosnog odnosa. Na tom načelu radi transformator (slika 12.7), te se kaže da se primarni napon transformira u sekundarni.



Slika 12-7 Transformator

Kod idealnog transformatora (bez gubitaka energije izraženih zagrijavanjem), zbog jednakosti snage na primarnoj i sekundarnoj strani, omjer primarne i sekundarne struje recipročan je prijenosnom odnosu

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\frac{p}{e_1}}{\frac{p}{e_2}} = \frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k_{12}} \quad (12.30)$$

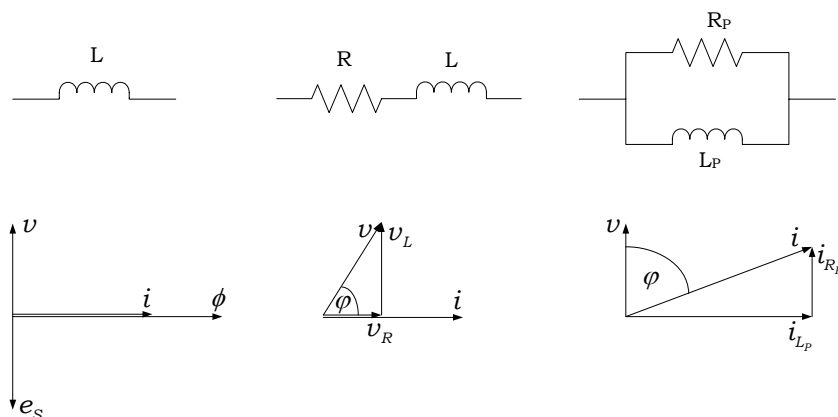
Transformatori imaju mnogostruku primjenu, a u elektroenergetici najvažnija im je primjena pri prijenosu energije na veće udaljenosti. U generatorima proizvedena električna energija transformira se na visoki napon, a visokonaponski dalekovodi prenose energiju (pri relativno malim strujama za koje dostaju razmjerno tanki prijenosni vodiči) na mjesta potrošnje, gdje se visoki napon transformira u niski prikladan za korištenje.

12.5. Realna zavojnica

Kod idealne zavojnice induktivitet L je stalna veličina i jedina mjerodavna za ponašanje takve zavojnice u strujnom krugu (omski otpor zavojnice jednak nuli, nema rasipanja, gubici jednaki nuli). Realna zavojnica ima omski otpor namota veći od nule, postoji rasipni tok, te, ako je jezgra feromagnetska, postoje gubici u jezgri. Kod realne zavojnice s feromagnetskom jezgrom zbog promjenljive permeabilnosti induktivitet je promjenljiv te se često u analizi promatraju druge veličine i njihovi odnosi.

Ponašanje realne zavojnice u strujnom krugu može se modelirati pomoću prikladne nadomjesne električne mreže idealnih električnih elemenata. Nadomjesne sheme daju približnu, ali za mnoge primjene dostatno točnu sliku realnosti. Različiti realni utjecaji mogu se uključivati postupno ili ispustiti ako je njihovo djelovanje zanemarljivo.

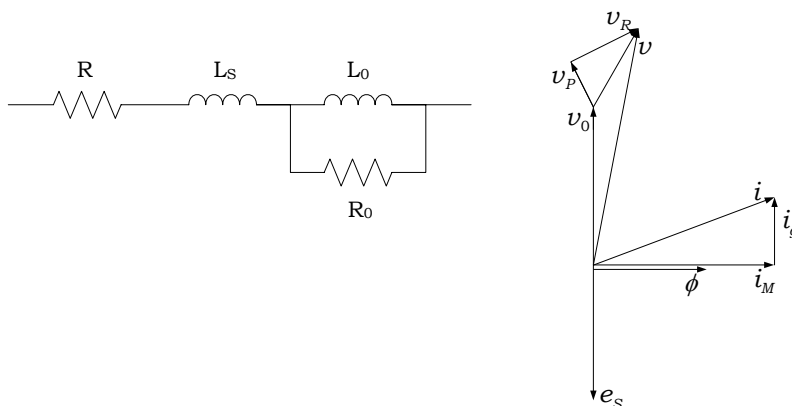
Moguće nadomjesne sheme realne zavojnice sa zračnom jezgrom (primjenljive pri nižim frekvencijama) prikazuje slika 12.8.



Slika 12-8 Zavojnica sa zračnom jezgrom
a) idealna b) realna u serijskom nadomjesnom spoju
c) realna u paralelnom nadomjesnom spoju

Omski otpor vodiča R (izmjeran npr. ommetrom) uslijed kojeg se zavojnica zagrijava, može se smatrati serijski spojenim s induktivitetom L . U pripadnom fazorskom dijagramu struja zaostaje za naponom za kut $\varphi < 90^\circ$. Isti kut između napona i struje može se dobiti i ako se spoje paralelno induktivitet L_p i otpor R_p .

Za zavojnicu s feromagnetskom jezgrom (obuhvaća i gubitke zbog kojih se zagrijava jezgra, te rasipni tok) jednostavni model za niže frekvencije i pripadni fazorski dijagram prikazuje slika 12.9.



Slika 12-9 Zavojnica s feromagnetskom jezgrom
a) nadomjesna shema b) fazorski dijagram

Rasipni induktivitet L_s je malen ako je jezgra dobro zatvorena (bez zračnog raspora) i ako je permeabilnost visoka. Gubici u namotu (nazivaju se i gubici u bakru) nastaju na omskom otporu namota R , a gubitke u jezgri (željezu) predstavlja otpor R_0 . Gubici u željezu nastaju uslijed izmjeničnog magnetiziranja, a čine ih gubici histereze (razmjerni su površini histereze) i gubici uslijed vrtložnih struja. Osim u džulima (energija), gubici se često izražavaju pomoću pripadnih snaga, dakle u vatima.

12.6. Transformator

Mogućnost transformacije napona uvedene u temi o međuinduktivitetu koristi se za izradu transformatora, elemenata na kojima se galvanski razdvajaju, a magnetskim putem povezuju mreže primarnih i sekundarnih namota. Transformatori omogućuju električnoj energiji prijelaz s jednih na druge iznose parametara i time ekonomični prijenos i korištenje.

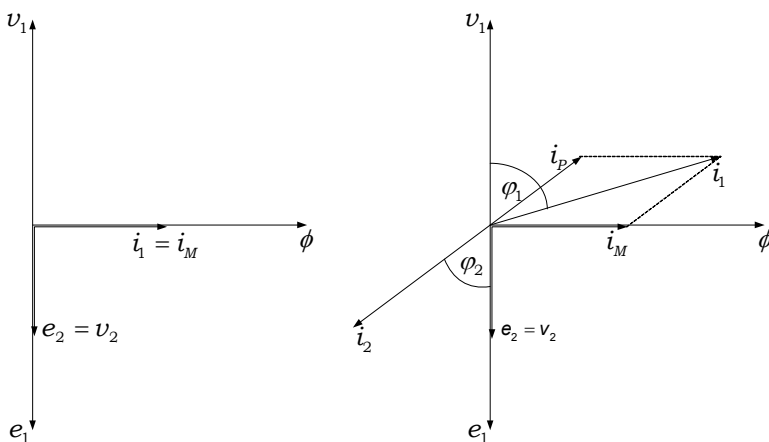
12.6.1. Idealni transformator

Osnovni odnosi na idealnom transformatoru (slika 12.6 b) jesu:

- napon v_1 priključen na primar jednak je iznosom naponu samoindukcije primara e_1 ,

- za induciranje e_1 potreban je odgovarajući tok Φ u jezgri, kojeg stvara primarna struja magnetiziranja $i_1 = i_M$,
- omjer primarnog i sekundarnog napona jednak je prijenosnom odnosu k_{12}
- omjer primarne i sekundarne struje obrnuto je razmjeran prijenosnom odnosu $i_1 : i_2 = 1 : k_{12}$.

Fazorski prikaz veličina neopterećenog ($i_2 = 0$) idealnog transformatora prikazuje slika 12.10 a).



Slika 12-10 Fazorski dijagrami idealnog transformatora
a) neopterećenog b) opterećenog

Primarna struja i_1 je ujedno struja magnetiziranja i_M i kasni 90° za primarno priključenim naponom v_1 . Tok Φ u fazi sa strujom inducira u primaru napon e_1 te vrijedi $v_1 + e_1 = 0$. Isti tok inducira u sekundaru napon e_2 u iznosu ovisnom o prijenosnom odnosu.

Kad se idealni transformator sekundarno optereti trošilom impedancije Z (slika 12.7), kroz sekundarni krug poteče struja i_2 pomaknuta prema induciranom naponu e_2 za kut φ_2 koji ovisi o karakteru impedancije (slika 12.10 b)). Posljedica struje i_2 je tok Φ_2 koji se vektorski pribraja toku Φ (iz neopterećenog transformatora). Zbog neophodne ravnoteže primarnih napona ($v_1 + e_1 = 0$) ukupni tok Φ mora ostati neizmijenjen, radi čega poteče dodatna komponenta primarne struje i_p koja poništava tok Φ_2 . Na fazorskim prikazima u slici 12.10 prijenosni odnos iznosi 2:1, radi čega je sekundarno induciran dvostruko manji napon od primarnog, a struja i_p dvostruko je manja od sekundarne i_2 . Ukupnu primarnu struju i_1 čini zbroj i_p i i_M . Promjena impedancije Z prouzročila bi promjenu struje i_2 , a time bi se mijenjala i struja i_p , te cijela primarna struja i_1 . U realnosti promjene impedancije (promjene sekundarne struje) nastaju pri promjeni potrošnje energije na sekundarno priključenim trošilima i prihvatljivo je da se te

promjene odraze i na promjeni primarne struje kojom se opterećuje izvor napona (i energije).

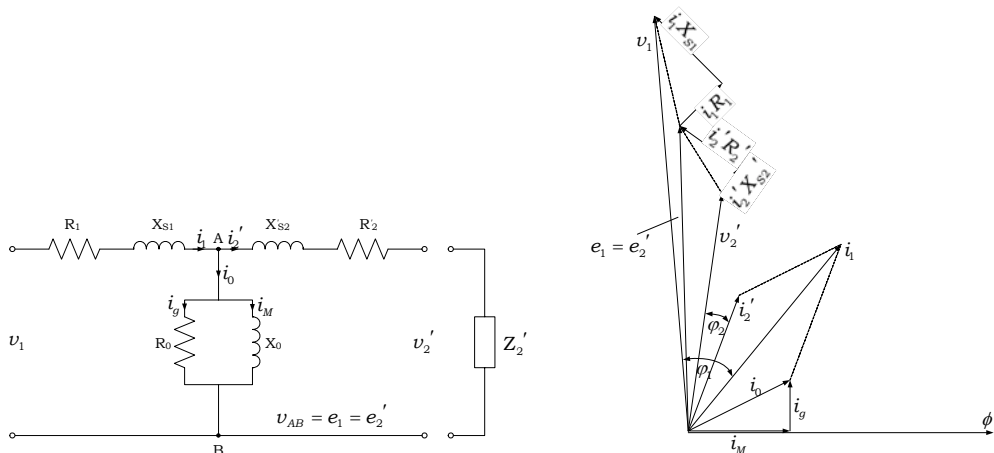
Pri velikim i vrlo malim prijenosnim odnosima fazorski prikazi bili bi nepregledni, te se uobičajeno pri obradi transformatora pribjegava prikazivanju sekundarnih veličina kao da su primarne. Postupak se naziva *svođenje (reduciranje, normiranje, transformacija)* sekundarnih veličina na primarne. Fazorski prikazi tada izgledaju kao da je prijenosni odnos $k_{12} = 1$, na njima se sekundarne veličine zakreću za 180° , a u nadomjesnim shemama sekundarne veličine imaju promijenjene iznose prema tablici 12.1. Moguće je, a u nekim slučajevima i prikladno, svođenje primarnih veličina na sekundarne.

Tablica 12-1 Iznosi sekundarnih veličina reduciranih na primar

sekundarna veličina	reducirana na primar
e_2	$e_2' = e_2 k_{12}$
v_2	$v_2' = v_2 k_{12}$
i_2	$i_2' = i_2 \frac{1}{k_{12}}$
P_2	$P_2' = P_2$
Z_2	$Z_2' = Z_2 k_{12}^2$

12.6.2. Realni transformator

Nadomjesnu shemu realnog transformatora s feromagnetskom jezgrom (za niže frekvencije) sa sekundarno reduciranim veličinama prikazuje slika 12.11 a), dok pripadajući fazorski dijagram prikazuje slika 12.11 b).



Slika 12-11 Transformator sa željeznom jezgrom
 a) nadmjesna shema
 b) pripadni fazorski dijagram opterećenog transformatora

Inducirani napon primara e_1 dobiva se kad se priključeni napon v_1 umanjuje za iznose padova napona na otporu vodiča primara R_1 i jalovom rasipnom otporu primara $X_{s1} = \omega L_{s1}$ (trokut). Reducirani inducirani napon u sekundaru e_2' jednak je induciranom naponu primara e_1 jer ih proizvodi isti tok. Kad se od e_2' oduzmu padovi napona na otporu vodiča R_2' i jalovom rasipnom otporu sekundara $X_{s2}' = \omega L_{s2}'$ (trokut), dobiva se napon sekundarnih stezaljki v_2' na koji se priključuje sekundarni teret Z_2' . Na otporu R_0 nastaju gubici u željeznoj jezgri $i_g^2 R_0$, a struja magnetiziranja i_M na induktivitetu primara L_0 stvara inducirani napon primara $e_1 = i_M \cdot \omega L_0$. Zbroj struje gubitaka u željezu i_g i struje magnetiziranja i_M jednak je struji i_0 koja teče primarom u slučaju otvorenih sekundarnih stezaljki (prazni hod).

Fazorski se dijagram pojednostavnjuje ako se zanemari struja praznog hoda i_0 . Tada se izjednačuju primarna struja i_1 i sekundarna i_2' , te se padovi napona (katete dvaju trokuta) mogu algebarski zbrojiti čime se dobiva jedan trokut (nazvan *Kappov* trokut).

Elementi nadmjesne sheme transformatora mogu se lako utvrditi odgovarajućim mjerenjima. Primjerice, omski otpor namota lako se mjeri ommetrom. Ostala svojstva transformatora mogu se odrediti pomoću struja, napona i snaga izmjerenih tijekom pokusa praznog hoda i kratkog spoja.

Gubici u željezu ne ovise praktično o opterećenju transformatora, već o iznosu i frekvenciji primarnog napona i jednaki su gubicima u praznom hodu. Gubici u vodičima (bakru) rastu s opterećenjem i jednaki su gubicima u pokusu kratkog spoja. Najpovoljniju korisnost transformator postiže kad se izjednače gubici u bakru i gubici u željezu.

12.6.3. Vrste transformatora

Za specifične namjene grade se transformatori specifičnih svojstava, koja ovise o izvedbi jezgre (materijal, geometrija) i namota (presjek i broj zavoja, raspored namota), te okolnostima korištenja. Transformatori namijenjeni prijenosu električne energije mogu biti *jednofazni* ili *trofazni*, a transformiraju na viši ili niži napon. Optimiraju se na što niže gubitke, no većim se jedinicama ipak mora dodatno odvoditi toplina. U mjerne svrhe služe mjerni transformatori koji radi točnosti moraju održati što stalnijim prijenosni odnos i unijeti što manju kutnu pogrešku između primarne i sekundarne veličine. *Strujni mjerni transformatori* transformiraju velike struje u male i rade uz praktično kratko spojeni sekundar. Primarno imaju često samo jedan zavoj, a prijenosni odnos im je znatno manji od jedan. *Naponski mjerni transformatori* transformiraju visoki napon u niski i rade u režimu praznog hoda. *Tonfrekvencijski* transformatori namijenjeni su radu pri frekvencijama u čujnom području (do oko 20 kHz). *Impulsni* transformatori služe za transformiranje impulsa struje ili napona i mnogo se koriste u telekomunikacijama, kao i *visokofrekvencijski* transformatori. *Autotransformatori* imaju dio primara iskorišten za sekundar ili obratno. Odlikuju se ekonomičnom građom i malim gubicima energije, ali ne odjeljuju galvanski primar i sekundar. *Regulacijskim* se transformatorima prijenosni odnos može u nekim granicama mijenjati, te se tako mogu prilagoditi naponu koji odstupa od nazivnog. *Rastavni* transformatori imaju prijenosni odnos jednak jedinici, a koriste se zbog galvanskog odvajanja u sigurnosne svrhe. Transformatori za *zavarivanje* prilagođuju se tehnološkim zahtjevima zavarivanja, od kojih su važniji robusnost pri kratkom spoju te široki raspon namještanja i stabilnost parametara.

Primjer 12.1

Za ravni vodič polumjera R protjecan strujom I treba

- naći funkciju po kojoj se mijenja jakost magnetskog polja izvan vodiča
- naći funkciju po kojoj se mijenja jakost magnetskog polja unutar vodiča
- nacrtati ovisnost jakosti magnetskog polja H o udaljenosti od središta vodiča r .

Rješenje

a) Magnetske silnice oko vodiča koncentrične su kružnice. Na kružnici s polumjerom $r \geq R$, zbog simetrije je jakost polja stalnog iznosa. Kako je kružnicom ulančena cijela struja I , primjena zakona protjecanja (12.2) duž kružnice daje

$$H_r \cdot 2\pi r = I$$

te za sve $r \geq R$ vrijedi

$$H_r = \frac{I}{2\pi r}$$

b) Za iznalaženje polja unutar vodiča zakon protjecanja (12.2) treba primijeniti na kružnici s polumjerom $r < R$.

Pretpostavi li se jednolika gustoća struje po presjeku vodiča

$$J = \frac{I}{R^2\pi},$$

struja obuhvaćena kružnicom $2\pi r$ bit će

$$I_r = J \cdot r^2\pi.$$

Uzme li se da je jakost polja H_r na kružnici stalna, primjena zakona protjecanja daje

$$H_r \cdot 2\pi r = I_r,$$

te konačno za sve $r \leq R$

$$H_r = \frac{I \cdot r}{2\pi R^2}.$$

c) Koristi se Matlab program. Vrijednosti dimenzija unose se u metrima, a razlučivost je stotinka milimetra.

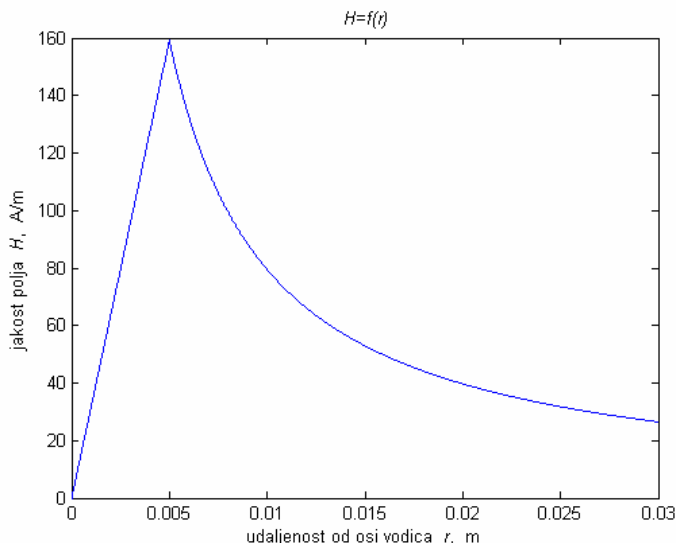
```
% Izracunavanje i crtanje jakosti polja H ravnog vodica
% Uputa: Za dobar izgled grafa neka bude r=(3 do 10)R.
% Dimenzije su u metrima.
udaljenost=input('Udaljenost od osi (npr. r=0.03): ');
polumjer=input('Polumjer vodica (npr. R=0.005): ');
while 1
    struja=input('Jakost struje (npr. I=5, 0 za kraj): ');
    if (struja>0)
        r=0:0.00001:udaljenost;
        R=polumjer;
        I=struja;
        H=[];
        for i=1:length(r)
            if r(i)<R
                H(i)=I*r(i)/(2 * pi * R.^2);
            else
                H(i)=I/(2 * pi * r(i));
            end
        end
        end
    plot(r,H);
    title('\it H=f(r)');
    xlabel('udaljenost od osi vodica {\it r}, m');
    ylabel('jakost polja {\it H}, A/m');
    hold on;
else
    hold off;
```

```

        break;
    end
    if I<=0
        break;
    end
end
disp ('Svrsetak!');

```

Pri sugeriranim iznosima veličina dobiva se:



Slika 12-12 Slika uz primjer 12.1

Primjer 12.2

Na feromagnetsku jezgru sa zračnim rasporedom namotano je 1000 zavoja žice zanemarljivog otpora. Presjek jezgre je kvadratni iznosa 100 cm^2 , srednja duljina jezgre iznosi 995 mm, a raspora 5 mm. Željezo neka ima konstantnu relativnu permeabilnost 2000 i nema gubitaka, a rasipanje se zanemaruje. U zračni raspored postavljen je ravni vodič okomito na homogeno polje i paralelno sa stranicom kvadratičnog presjeka jezgre. Treba izračunati

- kolika je struja potrebna kroz zavojnicu da u rasporedu indukcija bude $1,2 \text{ T}$,
- koliki je pritom tok u jezgri, a koliki u zračnom rasporedu,
- koliki se napon inducira u vodiču ako se giba brzinom 10 ms^{-1} okomito na pravac pružanja i na silnice,
- ako se na vodič priključi otpor 10Ω kolika struja teče vodičem,
- kolikom se silom treba djelovati na vodič da održi brzinu 10 ms^{-1} ,
- jesu li mehanički i električni rad pritom jednaki,

- g) ako se zavojnica priključi na 220 V, 50 Hz, a vodič ukloni iz raspóra, kolika je maksimalna indukcija u jezgri?

Rješenje

- a) Kad nema rasipanja, kroz jezgru i zračni raspór prolazi isti tok. Pri istom presjeku ista je indukcija u jezgri i raspóru.

Struja se određuje iz zakona protjecanja

$$IN = \sum Hl = H_{\text{Fe}} l_{\text{Fe}} + H_{\delta} \delta$$

Potrebne jakosti magnetskog polja u dijelovima magnetskog kruga iznose

$$H_{\text{Fe}} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{1,2}{0,4\pi \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^3} = 477,5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$H_{\delta} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1,2}{0,4\pi \cdot 10^{-6}} = 954,9 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Magnetska uzbuda za željezni dio kruga

$$H_{\text{Fe}} \cdot l_{\text{Fe}} = 477,5 \cdot 0,995 = 475,1 \text{ amperzavoja}$$

Magnetska uzbuda za zračni raspór

$$H_{\delta} \delta = 954,9 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 4774,5 \text{ amperzavoja}$$

Struja iznosi

$$I = \frac{\sum Hl}{N} = \frac{475,1 + 4774,5}{1000} = 5,25 \text{ A}$$

- b) Isti je tok u jezgri i u zračnom raspóru te iznosi

$$\Phi_{\text{Fe}} = \Phi_{\delta} = BA = 1,2 \cdot 10^{-2} = 12 \text{ mWb}$$

- c) Inducirani napon u vodiču iznosi

$$e = Blv = 1,2 \cdot 0,1 \cdot 10 = 1,2 \text{ V}$$

- d) Struja kroz otpor i vodič iznosi

$$i = \frac{e}{R} = \frac{1,2}{10} = 0,12 \text{ A}$$

- e) Sila na vodič treba iznositi

$$F = Bil = 1,2 \cdot 0,12 \cdot 0,1 = 14,4 \text{ mN}$$

- f) Mehanički rad jednak je električnom kad su jednake snage

$$Fv = i^2 R \rightarrow 0,0144 \cdot 10 = 0,12^2 \cdot 10$$

- g) Ako je tok harmonički prema modelu

$$\Phi = \Phi_M \cos \omega t$$

inducirani napon iznosi

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = N\Phi_M \omega \sin \omega t$$

što je jednako priključenom naponu

$$v = E_M \sin \omega t$$

Prepoznaje se da su amplitude iste

$$N\Phi_M \omega = E_M = E\sqrt{2}$$

iz čega se lako nalazi

$$B_M = \frac{\Phi_M}{A} = \frac{E\sqrt{2}}{NA \cdot 2\pi f} = \frac{220\sqrt{2}}{10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 2\pi \cdot 50} = 99 \text{ mT}$$